

# FIZYKA

## Kolokwium nr 1 (e-test)

Rozwiązał i opracował: Maciej Kujawa, SKP 2008/09  
(więcej informacji na końcu dokumentu)

### Zad. 1

W ruchu prostoliniowym prędkość ciała jest funkcją czasu:  $v=2.5t+5.5$  [m/s]. Oblicz drogę przebytą przez ciało w czasie 2s od chwili rozpoczęcia ruchu. Wynik podaj w [m] z dokładnością do jedności. (Odp. 16)

$$\begin{aligned}v(0) &= 5.5 \text{ m/s} \\ v(2) &= 2.5 \cdot 2 + 5.5 = 10.5 \text{ m/s} \\ a &= (v_2 - v_0) / t = 5 / 2 = 2.5 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

Tak naprawdę, zarówno prędkość początkową, jak i przyspieszenie można od razu zauważyć w podanym w zadaniu wzorze, bo to nic innego jak:

$$\begin{aligned}v &= v_0 + a \cdot t \\ v &= 5.5 + 2.5 \cdot t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s &= v(0) \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 \\ s &= 5.5 \cdot 2 + 1/2 \cdot 2.5 \cdot 4 \\ s &= 11 + 5 = 16 \text{ m}\end{aligned}$$

### Zad. 2

Spadające swobodnie ciało ma w punkcie A prędkość 20 cm/s, a w punkcie B prędkość 220 cm/s. Ile wynosi odległość między tymi punktami? Wynik podaj w [cm] z dokładnością do pierwszego miejsca po przecinku. (Odp. 24,0)

$$h(a) - h(b) = h$$

$$\begin{aligned}v_1 &= 20 \text{ cm/s} = 0.2 \text{ m/s} \\ v_2 &= 220 \text{ cm/s} = 2.2 \text{ m/s}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}mgh + 1/2 \cdot m \cdot v_1^2 &= 1/2 \cdot m \cdot v_2^2 \\ 10h + 0.02 &= 2.42 \\ 10h &= 2.40 \\ h &= 0.24 \text{ m} = 24 \text{ cm}\end{aligned}$$

### Zad. 3

*Ile powinien wynosić czas opóźnienia zapłonu aby wybuch granatu wyrzuconego z prędkością 23m/s pod kątem 30 stopni do poziomu, nastąpił w najwyższym punkcie toru? (Odp. 1,1)*

Zadanie polega na znalezieniu czasu, w którym granat osiągnie maksymalną wysokość. Interesuje nas jego ruch w pionie, więc znajdujemy wartość pionowej składowej prędkości:

$$v_y = v \cdot \sin 30 = 11.5 \text{ m/s}$$

Była to początkowa prędkość, z jaką granat poruszał się w kierunku pionowym. W najwyższym punkcie wartość tej prędkości będzie równa 0, więc wystarczy, że znajdziemy czas, w którym granat "wytracił" całe swoje 11.5m/s, a przyspieszenie oczywiście znamy.

$$\Delta v = at$$

$$a = g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta v = 11.5 \text{ m/s}$$

$$11.5 = g \cdot t$$

$$11.5 = 10t$$

$$t = 1.15 \text{ s}$$

### Zad. 4

*Dwie cząstki zostały wysłane z początku układu współrzędnych i po pewnym czasie ich położenia są opisane wektorami  $R_1 = 4i + 3j + 3k$  oraz  $R_2 = 2i + 10j - 4k$ . Ile wynosi kwadrat odległości pomiędzy cząstkami? (Odp. 120)*

Odległość między punktami opisanymi wektorami wodzącymi jest równa długości różnicy tych wektorów.

$$s = |r_2 - r_1|$$

$$r_2 - r_1 = [-2, 7, -7]$$

$$|r_2 - r_1|^2 = 4 + 49 + 49 = 102$$

Zad. 5

*W rzucie poziomym zasięg równy jest wysokości początkowej. Prędkość początkowa ciała wynosi 7 m/s. Ile wynosi prędkość końcowa ciała? Wynik podaj w [m/s] z dokładnością do jednośc. (Odp. 15,7)*

$$\begin{aligned}h &= s \\ \frac{1}{2}gt^2 &= vt \\ 5t^2 &= 7t \quad |:t \\ 5t &= 7 \\ t &= 7/5\end{aligned}$$

$$s = 7 \cdot 7/5 = 9.8 \text{ m} = h$$

I z zasady zachowania energii:

$$\begin{aligned}mgh + \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv_0^2 \\ 10h + 24.5 &= \frac{1}{2}v^2 \\ 245 &= v^2 \\ v &\sim 15.65\end{aligned}$$

Zad. 6

*Spadające swobodnie ciało pokonało w czasie pierwszych 1,8s 0,7 całej drogi. Ile wynosi wysokość? (Odp. 23,1)*

$$t = 1.8 \text{ s}$$

Obliczamy drogę, jaką pokonało to ciało w ciągu 1.8s:

$$\begin{aligned}s &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ s &= 5 \cdot 1.8^2 = 16.2\end{aligned}$$

Ta droga stanowi 0.7 wysokości, więc obliczamy:

$$\begin{aligned}0.7h &= s \\ h &= 16.2/0.7 = 23.142\end{aligned}$$

Zad. 7

*W rzucie poziomym prędkość końcowa ciała była 3,2 razy większa od jego prędkości początkowej, która miała wartość 9m/s. Ile wynosiła wysokość początkowa rzutu? (Odp. 37,4)*

$$\begin{aligned}g &= 10 \text{ m/s}^2 \\ v_k &= 3.2 \cdot 9 = 28.8 \text{ m/s} \\ v_p &= 9 \text{ m/s}\end{aligned}$$

$$mgh + \frac{mv_p^2}{2} = \frac{mv_k^2}{2}$$

$$10h+40.5=414.72$$
$$h=37.4$$

### Zad. 8

*Szerokość rzeki wynosi 200m. Łódka przepłynęła rzekę z  $v=4\text{m/s}$  względem wody, skierowaną prostopadle do jej równoległych brzegów. Jednocześnie prąd rzeki zniósł łódkę o 110m w swoim kierunku. Ile wynosi prędkość prądu rzeki? (Odp. 2,2)*

Szukamy prędkości rzeki, drogę znamy (110m), więc brakuje tylko czasu. Przeanalizujmy ;) Łódka płynie od jednego brzegu do drugiego z prędkością 4m/s, skierowaną prostopadle do brzegów rzeki, czyli jej droga (w tym kierunku) wyniesie tyle ile szerokość rzeki, czyli 200m. Wiedząc to, możemy bez problemu obliczyć czas, w jakim łódka dopłynie do drugiego brzegu:

$$v=s/t, t=s/v$$
$$t=200/4=50\text{sekund}$$

Zatem 50 sekund to czas, w jakim łódka się poruszała. Czytamy dalej: prąd zniósł łódkę w tym czasie o 110m. Nic prostszego:

$$v_{\text{rzeki}} = s/t = 110/50 = 2.2 \text{ m/s}$$

### Zad. 9

*Długość pasa startowego samolotu wynosi 500m, aby oderwać się od ziemi samolot musi osiągnąć prędkość 130m/s. Zakładając, że ruch samolotu jest jednostajnie zmienny oblicz czas rozbiegu samolotu. (Odp. 7,7)*

$$s=500\text{m}$$
$$v=130=at$$
$$a=130/t$$

$$s=1/2at^2$$
$$500=65t$$
$$t\sim 7.7\text{s}$$

Oczywiście jest to całkowity absurd – samolot, według danych z zadania, przyspiesza do około 500km/h w niecałe 8 sekund ;)

### Zad. 10

*Kolarz rozpoczynając jazdę pierwsze 30s jedzie ruchem jednostajnie przyspieszonym. Promień kół rowerowych wynosi 0,4m a przyspieszenie kątowe tych kół  $0.8 \text{ rad/s}^2$ . Jaka prędkość osiągnie kolarz po tym czasie? (Odp. 9,6)*

$$v = w*r, w = e*t \text{ (} w \text{ – prędkość kątowa, } e \text{ – przyspieszenie kątowe)}$$
$$v = e*tr = 0.8*30*0.4 = 9.6\text{m/s}$$

### Zad. 11

*W czasie 0.1s ręka koszykarza trzymająca nieruchomo piłkę o masie 0.36kg nadała jej prędkość o wartości=3m/s. ile wyniosła średnia wartość siły, z jaką ręka zadziałała w tym czasie na piłkę? (Odp. 10,8)*

$$F = m \cdot a$$

$$a = v/t$$

$$a = 3/0.1 = 30$$

$$F = 0.36 \cdot 30 = 10.8\text{N}$$

### Zad. 12

*Punkt materialny zaczął poruszać się po okręgu o promieniu 18cm ze stałym co do wartości przyspieszeniem stycznym  $7\text{cm/s}^2$ . Po jakim czasie przyspieszenie dośrodkowe będzie co do wartości dwa razy większe od przyspieszenia stycznego. (Odp. 2,3)*

$$ar = v^2/r = 2 \cdot a = 14 \text{ cm/s}^2$$

$$14 = v^2/18$$

$$v^2 = 252$$

$$v \sim 15.87\text{cm/s}$$

Znamy już prędkość, dla której przyspieszenie dośrodkowe będzie dwa razy większe od stycznego, teraz tylko szukamy czasu, w jakim ciało osiągnie tą prędkość:

$$t = v/a = 2.26 \sim 2.3\text{s}$$

### Zad. 13

*Szerokość rzeki wynosi 200m. Łódka przepłynęła rzekę z 3,6m/s względem wody, skierowaną prostopadle do jej równoległych brzegów. Jednocześnie prąd rzeki zniósł łódkę o 130m w swoim kierunku. Ile wynosi prędkość prądu rzeki? (Odp. 2,3)*

Obliczamy czas, w jakim odbywał się ruch łódki:

$$t = s/v = 200/3.6 = 55.56\text{s}$$

Obliczamy prędkość prądu rzeki:

$$v = s/t = 130/55.56 \sim 2.3 \text{ m/s}$$

Zad. 14

*Prędkość łodzi względem wody w spoczynku wynosi 5,7m/s. Woda w rzece płynie z jednakową prędkością równą 3m/s. W jakim czasie łódź przeplynie rzekę o szerokości 90m w kierunku prostopadłym do brzegu? (Odp. 18,6)*

$$v_1=5.7\text{m/s}$$

$$v_2=3\text{m/s}$$

Żeby łódź płynęła prostopadle, będzie musiała płynąć pod kątem, żeby "zniwelować" znoszenie prądu rzeki. Narysuj sobie trójkąt z prędkościami łodzi, rzeki i prędkością wypadkową prostopadłą do brzegu i wszystko będzie jasne.

$$5.7^2=3^2+v^2$$

$$v=4.85\text{m/s}$$

$$t=s/v \sim 18.6\text{s}$$

Zad. 15

*Ciało ruszyło z miejsca ze stałym przyspieszeniem i osiągnęło prędkość 15m/s po przebyciu drogi 25m. Oblicz przyspieszenie ciała. (Odp. 4,5)*

$$v=at=15\text{m/s}$$

$$a=15/t$$

$$s=1/2*a*t^2$$

$$25=1/2*(15/t)*t^2$$

$$t=10/3 \sim 3.33\text{s}$$

$$a=15/3.33 \sim 4.5 \text{ m/s}^2$$

Zad. 16

*Wyznacz cosinus kąta, jaki tworzy wektor  $a=(-2)i+3j$  z dodatnim kierunkiem osi OX. (Odp. -0,6)*

$$a=[-2,3]$$

$$|a| \sim 3.6$$

$$\cos \alpha = ax/|a| = -0,(5) \sim -0.6$$

Zad. 17

Wektor  $a$  tworzy z dodatnim kierunkiem osi  $OX$  kąt  $45$  stopni, a jego długość wynosi  $6,6$ . W kartezjańskim układzie współrzędnych wektor ten można zapisać jako:  
 $a = ax \cdot i + ay \cdot j$ . Ile wynosi wartość  $ax$ ? (Odp.  $4,7$ )

$$|a| = 6.6$$
$$ax = |a| \cdot \cos 45 \sim 4.7$$

Zad. 18

Pierwszą połowę drogi pojazd przebył z prędkością  $45 \text{ km/h}$ , a drugą z prędkością  $98 \text{ km/h}$ . Ile wyniosła średnia prędkość pojazdu na trasie? (Odp.  $61,7$ )

$$v_{\text{sr}} = s/t$$

Droga była podzielona po połowie, więc zakładam, że:  
 $s = 2 = 1 + 1$   
 $t = s/v$

I podstawiam:

$$v_{\text{sr}} = 2 / (1/45 + 1/90) = 2 / (143/4410) \sim 61.7 \text{ km/h}$$

Zad. 19

Samochód porusza się z prędkością  $16 \text{ m/s}$ . Na drodze  $15 \text{ m}$  jest hamowany i zmniejsza swoją prędkość do  $10 \text{ m/s}$ . Oblicz bezwzględną wartość przyspieszenia jeżeli ruch samochodu jest jednostajnie zmienny. (Odp.  $5,2$ )

$$v_1 = 16 \text{ m/s}$$
$$v_2 = 10 \text{ m/s}$$
$$\Delta v = v_1 - v_2 = 6 \text{ m/s}$$
$$\Delta v = a \cdot t$$
$$a = 6/t$$

Jak widać brakuje jeszcze jakiegoś równania żeby obliczyć przyspieszenie, więc wstawiamy powyższą zależność do równania na drogę (wartość znana) w ruchu jednostajnie opóźnionym ;-)

$$s = v_1 \cdot t - 1/2 \cdot a \cdot t^2$$
$$15 = 16t - 1/2 \cdot (6/t) \cdot t^2$$
$$t = 1.154 \text{ s}$$

Znamy różnicę prędkości i czas, więc obliczamy szukane przyspieszenie:  
 $a = 6/1.154 \sim 5.2 \text{ m/s}$

### Zad. 20

*W urzędzeniu kafarowym, służącym do wbijania pali, ruchomy ciężar podnoszony jest ruchem jednostajnym na wysokość 2.5m z prędkością 1m/s, a następnie spada swobodnie na pal. Ile wynosi liczba uderzeń ciężaru na minutę? (Odp. 18,7)*

$$s=h=2.5\text{m}$$
$$v=1\text{m/s}$$

Obliczamy, ile czasu zajmuje podniesienie ciężaru:

$$t_1=s/v=2.5\text{s}$$

Z równania na drogę obliczamy ile czasu zajmuje opadanie ciężaru:

$$2.5=1/2 \text{gt}^2$$

$$t_2=0.71\text{s}$$

$$t=t_1+t_2=3.21\text{s}$$

$$60/3.21\text{s} \sim 18.7$$

### Zad. 21

*Ile powinien wynosić czas opóźnienia zapłonu aby wybuch granatu, wyrzuconego z prędkością 23m/s pod kątem 35 stopni do poziomu, nastąpił w najwyższym punkcie toru? Wynik podaj z dokładnością do jednego miejsca po przecinku. (Odp. 1,3)*

Wystarczy, że znajdziemy czas, w którym granat był w najwyższym punkcie, czyli czas w którym w pionie jego prędkość była już równa zero:

$v_y$  - pionowa (igrekowa) składowa prędkości początkowej

$$v_y = 23 * \sin 35 \sim 13.19\text{m/s}$$

$$v_y = gt$$

$$13.19 = 9.81 * t$$

$$t = 1,34 \sim 1,3\text{s}$$

### Zad. 22

*Dany jest wektor  $a=1i+10j$ . Podaj wartość składowej iksowej  $n_x$  wektora jednostkowego kierunku  $n$  wyznaczonego przez wektor  $a$ .*

$$a=[1,10]$$

$$|a| \sim 10.05$$

$$n=[n_x, n_y]$$

$$|n|=1$$

Żeby wektor miał długość  $|n|=1$ , musimy podzielić wektor  $a$  przez 10.05:

$$n_x = a_x/10.05 = 1/10.05 = 0.0995$$



Zad. 23

Punkt materialny A porusza się z  $V1=3i+3j$  [m/s], a pkt B z  $V2=(-5i)+3j$  [m/s]. W chwili początkowej  $t=0$  oba punkty znajdują się w tym samym miejscu. Ile wynosiła odległość między punktami po 8 sekundach? (Odp. 64)

$$v1 = [3,3]$$

$$v2 = [-5,3]$$

$$s=v*t$$

$$t=8s$$

$$s1 = v1*8 = [24,24]$$

$$s2 = v2*8 = [-40,24]$$

$$x = |s1-s2|$$

$$s1-s2 = [64,0]$$

$$x = |s1-s2| = 64m$$

Zad. 24

Ciało rzucone pionowo do góry po czasie 0,6s miało prędkość 3,2 razy mniejszą od początkowej. Ile wynosiła maksymalna wysokość. (Odp. 3,73)

$$t = 0.6s$$

$$v1 = 3.2 * v2$$

$$g = 9.81m/s^2$$

$$h=?$$

Szukamy prędkości początkowej, znając czas i przyspieszenie:

$$v2 = v1 - gt = 3.2 * v2 - 5.886$$

$$v2 \sim 2.675m/s$$

$$v1 = 3.2 * v2 = 8.56m/s$$

Mamy prędkość początkową ( $v1$ ), więc wysokość można obliczyć z zasady zachowania energii:

$$mgh = 1/2 * mv^2$$

$$9.81h = 1/2 * 8.56^2$$

$$h \sim 3.73m$$

Zad. 25

*Łódź płynie z prądem rzeki z przystani A do B w czasie 3h, a z B do A w czasie 5,4h.  
Jaki czas jest potrzebny aby łódź spłynęła z przystani A do B z wyłączonym silnikiem?  
(Odp. 13,5)*

$v_1$  - prędkość łódki,  
 $v_2$  - prędkość prądu rzeki,  
 $t=?$

Porównujemy równania na drogę ( $s=v*t$ ) dla trasy w jedną i w drugą stronę:

$$(v_1+v_2)*3 = (v_1-v_2)*5.4$$
$$8.4 * v_2 = 2.4 * v_1$$
$$v_2 \sim 0.286 * v_1$$

Znając zależność między  $v_2$  i  $v_1$ , podstawiamy ją do równania i porównujemy z równaniem drogi dla trzeciego przypadku (z wyłączonym silnikiem, czyli droga = prędkość prądu rzeki \* szukany czas):

$$v_2*t = (v_1 + v_2)*3$$
$$0.286v_1*t = (v_1 + 0.286v_1) * 3$$
$$0.286 t = 3.858$$
$$t \sim 13.5h$$

Zad. 26

*Ile wynosi kwadrat odległości między cząstkami:  
 $a=4i+3j+5k$   
 $b=2i+10j-3k$   
jeśli zostały wysłane z początku układu współrzędnych? (Odp. 117)*

$$s = |a-b|$$

$$a-b = 2i -7j +8k$$
$$|a-b|^2 = 2^2 + 7^2 + 8^2 = 117$$

**PARĘ SŁÓW NA KONIEC**

Powyższe zadania pochodzą z testu przygotowującego do pierwszego kolokwium (e-testu) z Fizyki 1 dla SKP. Nie jestem autorem zadań, ani ilustracji do ich treści. Moje rozwiązania nie przeszły żadnej korekty błędów (poza sprawdzeniem zgodności z poprawnymi odpowiedziami), mają służyć celom edukacyjnym ;-). Większość wyników została zaokrąglona, zgodnie z wymaganiami e-testu. W przypadku jakichkolwiek uwag/pytań/sugestii pisz śmiało na:

*maciej.kujawa@student.pwr.wroc.pl*