

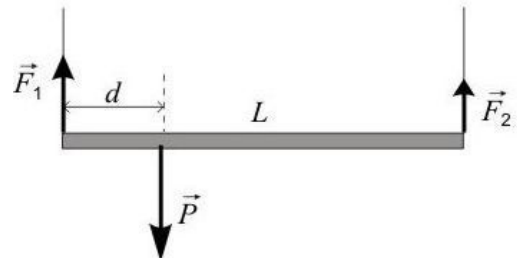
FIZYKA

Kolokwium nr 4 (e-test)

Rozwiązał i opracował: Maciej Kujawa, SKP 2008/09
(więcej informacji na końcu dokumentu)

Zad. 1

Pręt jednorodny o długości 1.7m i ciężarze 100N zawieszono poziomo na dwóch równoległych liniach o tej samej długości. Do pręta przyczepiono ciężar $P=200N$ w odległości $d=0.65m$ od jednego z jego kłocków. Ile wynosi wartość naciągu siły F_1 ?
(Odp. 174N)



Żeby obliczyć wartość siły F_1 skorzystamy z jednego z warunków równowagi: suma momentów sił ($M=r \cdot F$) działających na belkę musi być równa zero. Momenty liczymy względem dowolnie wybranego punktu, ja wybrałem punkt na końcu belki, tam gdzie zaczepiony jest wektor F_2 . Na rysunku nie jest zaznaczona siła ciężkości belki Q – jej moment też musimy uwzględnić. Zapisujemy sumę momentów sił względem wybranego punktu:

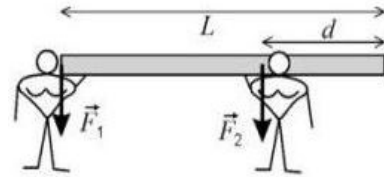
$$\begin{aligned}(L-d) \cdot P + (\frac{1}{2}L) \cdot Q - L \cdot F_1 &= 0 \\(L-d) \cdot P + (\frac{1}{2}L) \cdot Q &= L \cdot F_1 \\(1.7-0.65) \cdot 200 + 0.85 \cdot 100 &= 1.7 \cdot F_1 \\210 + 85 &= 1.7 \cdot F_1 \\F_1 &= 173.529 \sim 174N\end{aligned}$$

Uwaga 1: moment siły F_2 jest równy zero, ponieważ ramię dla tej siły względem wybranego przeze mnie punktu jest równe zero ($M = r \cdot F_2 = 0 \cdot F_2 = 0$).

Uwaga 2: zapisując równanie momentu musimy jeden z kierunków obrotu przyjąć za dodatni. Przyjąłem, że momenty kręcące belką przeciwnie do ruchu wskazówek zegara są dodatnie.

Zad. 2

Jednorodna metalowa belka o długości 4m i masie 80kg spoczywa na ramionach dwóch robotników. Punkty podparcia belki znajdują się: jeden na jednym końcu a drugi w odległości 1.6m od drugiego końca. Ile wynosi wartość siły F_2 działającej na ramiona drugiego robotnika? (Odp. 667N)



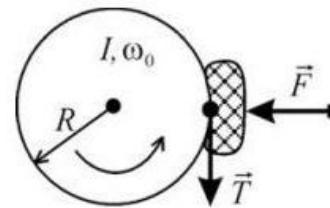
Analogicznie do poprzedniego zadania, zapisujemy równanie momentów sił działających na belkę, tym razem względem punktu na lewym końcu belki:

$$\begin{aligned}
 -(\frac{1}{2}L)*Q + (L-d)*R_2 &= 0 \\
 -2*800 + 2.4*R_2 &= 0 \\
 2.4*R_2 &= 1600 \\
 R_2 &= 666.67 \sim 667N = |F_2|
 \end{aligned}$$

Uwaga: siły F_1 i F_2 to siły działające na ramiona robotników. Gdy zapisujemy równanie, interesują nas siły działające na belkę. W tym wypadku będą to reakcje pochodzące od tych sił: R_1 i R_2 , mające przeciwne zwroty do F_1 i F_2 (czyli R_1 i R_2 działają „w górę”).

Zad. 3

Koło rozpedowe o momencie bezwładności $I=240\text{kgm}^2$ i promieniu $R=0.5\text{m}$ wiruje z prędkością kątową $\omega=100\text{s}^{-1}$. Współczynnik tarcia między klockiem i kołem wynosi 0,5. Ile wynosi wartość siły \vec{F} , jaką należy przycisnąć klocek hamulcowy do powierzchni aby zatrzymać koło po upływie czasu 17s? (Odp. 5,6kN)



Obliczamy, jakie przyspieszenie kątowe musi mieć koło, żeby zatrzymało się w 17 sekund:

$$\begin{aligned}
 \omega &= \epsilon * t & \omega & - \text{prędkość kątowa, omega} \\
 100 &= \epsilon * 17 & \epsilon & - \text{przyspieszenie kątowe, epsilon} \\
 \epsilon &= 5.88
 \end{aligned}$$

Moment siły tarcia będzie równy:

$$M = r * T = r * (F * f) \qquad I - \text{moment bezwładności}$$

Zapisujemy też drugi wzór na moment siły tarcia, żeby wykorzystać dany moment bezwładności i obliczone przyspieszenie kątowe:

$$M = I * \epsilon$$

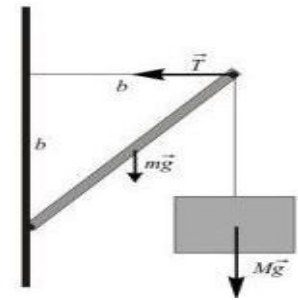
Przyrównujemy oba równania i podstawiamy:

$$\begin{aligned}
 r * F * f &= I * \epsilon \\
 0.5 * F * 0.5 &= 240 * 5.88 \\
 0.25F &= 1411.2 \\
 F &= 5644.8 \sim 5.6\text{kN}
 \end{aligned}$$

Gra? Gra...

Zad. 4

Ciężar o masie 50kg zwisa na sznurku z wysięgnika. Wysięgnik składa się z belki o masie 100kg na zawiasie i poziomej liny o znikomo małej masie łączącej belkę ze ścianą. Ile wynosi wartość siły \vec{T} naprężenia liny, jeżeli długość odcinka liny b jest równa odległości pomiędzy punktem jej zamocowania a punktem podparcia belki. (Odp. 1,00kN)



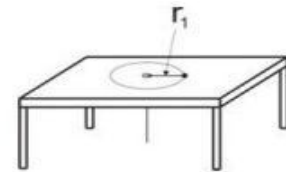
To zadanie jest bardzo podobne to pierwszego i drugiego, tylko że siły nie są prostopadłe do ramienia – moment siły jest iloczynem wektorowym, więc musimy uwzględnić sinus kąta (w tym wypadku wszędzie 45 stopni) między wektorami. Zapisujemy równanie momentów:

$$\begin{aligned} \sin 45^\circ \cdot T - \frac{1}{2} \cdot \sin 45^\circ \cdot mg - \sin 45^\circ \cdot 500 &= 0 \\ 0.707 \cdot T &= 0.3535 \cdot 1000 + 0.707 \cdot 500 \\ 0.707 \cdot T &= 353.5 + 353.5 \\ 0.707 \cdot T &= 707 \\ T &= 1000\text{N} = 1\text{kN} \end{aligned}$$

Uwaga: w równaniu nie użyłem nigdzie długości belki, bo po pierwsze nie jest dana, a po drugie i tak by się skróciła.

Zad. 5

Kulkę o masie 100g leżącą na gładkiej powierzchni stołu przywiązano do sznurka, którego drugi koniec przeciągnięto przez mały otwór znajdujący się na stole. Długość części sznurka znajdującego się na stole wynosi $r_1 = 20\text{cm}$. Początkowo kulka została wprowadzona w ruch po kole o promieniu r_1 z prędkością 1.5m/s. Następnie sznurem pociągnięto w dół, w ten sposób że na stole została część sznurka o długości $r_2 = 10\text{cm}$. Oblicz pracę wykonaną przy skracaniu sznurka. (Odp. 0,34J)



Pracę obliczymy wyznaczając zmianę energii kinetycznej kulki. Na początek skorzystamy z zasady zachowania momentu pędu ($L_1 = L_2$), żeby wyznaczyć prędkość kulki po skróceniu sznurka:

$$\begin{aligned} L_1 &= r_1 \cdot p_1 = r_1 \cdot m \cdot v_1 = 0.2 \cdot 0.1 \cdot 1.5 = 0.03 \\ L_2 &= r_2 \cdot p_2 = r_2 \cdot m \cdot v_2 = 0.1 \cdot 0.1 \cdot v_2 = 0.01v_2 \\ 0.01v_2 &= 0.03 \quad v_2 = 3\text{m/s} \end{aligned}$$

Zamieniamy prędkości liniowe na kątowe (są potrzebne nam do obliczenia energii kinetycznej):

$$w_1 = v_1 / r_1 = 1.5 / 0.2 = 7.5 \quad w_2 = v_2 / r_2 = 3 / 0.1 = 30$$

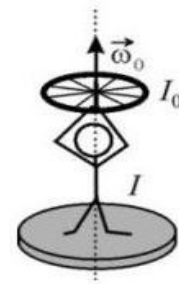
Obliczamy energię początkową i końcową, po skróceniu sznurka:

$$\begin{aligned} E_1 &= (I \cdot w_1^2) / 2 = (m \cdot r_1^2 \cdot w_1^2) / 2 = (0.1 \cdot 0.2^2 \cdot 7.5^2) / 2 = 0.1125\text{J} \\ E_2 &= (I \cdot w_2^2) / 2 = (m \cdot r_2^2 \cdot w_2^2) / 2 = (0.1 \cdot 0.1^2 \cdot 30^2) / 2 = 0.45\text{J} \end{aligned}$$

$$W = \Delta E = 0.45 - 0.1125 = 0.3375 \sim 0.34\text{J}$$

Zad. 6

Człowiek stoi na osi nieruchomego, obrotowego stolika trzymając pionowo nad głową koło rowerowe o momencie bezwładności $I_0 = 1.4 \text{ kgm}^2$. Koło to obraca się wokół pionowej osi z prędkością kątową $\omega_0 = 10 \text{ s}^{-1}$. Moment bezwładności człowieka wraz ze stolikiem wynosi $I = 4 \text{ kgm}^2$. Ile wynosi prędkość kątowna ruchu obrotowego stolika wraz z człowiekiem, po tym jak człowiek obrócił wirujące koło o kąt 180° ? (Odp. 7,0)



Korzystamy z zasady zachowania momentu pędu. Na początku kręci się tylko koło rowerowe:

$$L_1 = I_0 \cdot \omega_0 = 1.4 \cdot 10 = 14$$

Po obróceniu koła o 180 stopni zmienia się zwrot wektora momentu pędu tego koła, zaczyna się kręcić także stolik wraz z człowiekiem:

$$L_2 = -(I_0 \cdot \omega_0) + I \cdot \omega$$

Porównujemy L_1 i L_2 :

$$I_0 \cdot \omega_0 = -(I_0 \cdot \omega_0) + I \cdot \omega$$

$$2 \cdot I_0 \cdot \omega_0 = I \cdot \omega$$

$$2 \cdot 14 = I \cdot \omega$$

$$28 = 4 \cdot \omega$$

$$\omega = 7 \text{ rad/s}$$

Zad. 7

Walec o masie 9kg i promieniu 0,1m wiruje wokół osi będącej osią symetrii walca pod wpływem siły 36N przyłożonej do jego powierzchni bocznej. Moment bezwładności walca o masie m i promieniu r wynosi $mr^2/2$. Oblicz przyspieszenie kątowne walca. (Odp. 80)

$$F = 36 \text{ N}$$

$$r = 0.1 \text{ m}$$

Na walec działa moment siły danej w zadaniu:

$$M = r \cdot F$$

Moment ten jest równy także:

$$M = I \cdot \epsilon$$

ϵ – szukane przyspieszenie kątowne

Brakuje nam tylko momentu bezwładności:

$$I = mr^2/2 = 9 \cdot 0.01/2 = 0.045$$

Mamy wszystko, przyrównujemy i podstawiamy dane do równania:

$$r \cdot F = I \cdot \epsilon$$

$$0.1 \cdot 36 = 0.045 \cdot \epsilon$$

$$\epsilon = 80 \text{ rad/s}^2$$

Zad. 8

Ile wynosi energia kinetyczna walca o masie 2kg i promieniu 30cm toczącego się bez poślizgu po poziomej powierzchni z prędkością 3,5m/s? moment bezwładności walca można wyznaczyć z zależności $I_w = \frac{1}{2}mR^2$. (Odp. 18J)

Wyraźnie napisano, że walec toczy się – zatem będzie „posiadał” zarówno energię kinetyczną ruchu postępowego, jak i obrotowego. Musimy obliczyć najpierw moment bezwładności oraz prędkość kątową walca:

$$I = \frac{1}{2}m \cdot r^2 = 0.5 \cdot 2 \cdot 0.3^2 = 0.09$$

$$\omega = v/r = 3.5/0.3 = 11.67$$

$$E_k = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}I \cdot \omega^2 = 3.5^2 + 0.5 \cdot 0.09 \cdot 11.67^2 = 18.378 \sim 18J$$

Zad. 9

Na cząstkę działają dwa momenty siły względem początku układu współrzędnych

$\vec{M}_1 = 4.5 \vec{i} \text{ Nm}$ i $\vec{M}_2 = -3.5 \vec{j} \text{ Nm}$. Oblicz wartość wypadkowego momentu siły. (Odp. 5,7Nm)

Moment wypadkowy to oczywiście suma momentów. Dodajemy oba wektory:

$$M_1 = [4.5, 0, 0]$$

$$M_2 = [0, -3.5, 0]$$

$$M_1 + M_2 = [4.5, -3.5, 0]$$

Obliczamy wartość:

$$|M_1 + M_2| = \sqrt{4.5^2 + 3.5^2} = 5.7Nm$$

Zad. 10

Jeżeli moment bezwładności względem osi obrotu koła zamachowego wykonującego 8 obrotów na sekundę wynosi 36 kgm^2 , to ile wynosi energia kinetyczna koła? (Odp. 45kJ)

Obliczamy prędkość kątową:

$$\omega = (2 \cdot \pi \cdot n)/T = (2 \cdot \pi \cdot 8)/1 = 50.264$$

Obliczamy energię kinetyczną kręcącego się koła:

$$E_k = \frac{1}{2}I \cdot \omega^2 = 0.5 \cdot 36 \cdot 50.264^2 = 45476.45J \sim 45kJ$$

Zad. 11

Jednorodny walec o masie 50kg i promieniu 0,1m stacza się z równi pochyłej nachylonej pod kątem 30° do poziomu. Początkowo na szczycie równi – na wysokości 1.5m walec był nieruchomy. Moment bezwładności walca względem osi symetrii można wyliczyć ze wzoru $I_w = \frac{1}{2}mR^2$, m - masa walca, R – promień. Ile wynosi prędkość walca (tj. jego środka masy) na dole równi? (Odp. 4,5m/s)

Korzystamy z zasady zachowania energii. Na szczycie równi:

$$E = mgh = 50 \cdot 10 \cdot 1.5 = 750 \text{ J}$$

Obliczamy moment bezwładności walca:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = 0.25$$

Na dole równi walec będzie „posiadał” energię kinetyczną ruchu postępowego oraz obrotowego:

$$750 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot (v/r)^2$$

$$750 = 25 \cdot v^2 + 0.5 \cdot 0.25 \cdot (v/0.1)^2$$

$$750 = 25v^2 + 0.125 \cdot (v^2/0.01)$$

$$750 = 25v^2 + 12.5v^2$$

$$750 = 37.5v^2$$

$$v = 4.47 \sim 4.5 \text{ m/s}$$

Uwaga: we wzorze na energię kinetyczną ruchu obrotowego zastąpiłem prędkość kątową („ ω ”) wyrażeniem v/r , ponieważ interesowała nas prędkość liniowa.

Zad. 12

Do obwodu koła rowerowego o masie 2kg przyłożono stałą siłę styczną 17N i wprawiono je w ruch obrotowy wokół nieruchomej osi. Koło rowerowe należy rozpatrywać jako cienkościenną obręcz o momencie bezwładności mR^2 , gdzie m – masa obręczy, R – jej promień. Jaką energię kinetyczną uzyskało koło po upływie 14s od rozpoczęcia działania siły? (Odp. 14,2kJ)

Wzór na energię kinetyczną ruchu obrotowego:

$$E = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Wyznaczamy moment bezwładności:

$$I = m \cdot r^2 = 2 \cdot r^2$$

Brakuje nam prędkości/przyspieszenia kąтового. Skorzystamy ze wzoru na moment siły:

$$M = I \cdot e = r \cdot F$$

Podstawiamy:

$$r \cdot F = I \cdot e$$

$$r \cdot 17 = (2 \cdot r^2) \cdot e$$

$$17 = 2 \cdot r \cdot e$$

$$e = 8.5/r$$

Obliczamy energię koła:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot r^2) \cdot (8.5/r \cdot t)^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot r^2 \cdot (72.25/r^2) \cdot t^2$$

$$E_k = 72.25 \cdot t^2$$

$$E_k = 72.25 \cdot 14^2 = 14161$$

$$E_k \sim 14.2 \text{ kJ}$$

Zatem prędkość kąтова jest równa:

$$\omega = e \cdot t = (8.5/r) \cdot t$$

Zad. 14

Stosunek największej do najmniejszej odległości pewnej komety od słońca jest równy 40. Jeżeli prędkość liniowa ruchu komety w punkcie najbardziej odległym od słońca wynosi 1,3km/s to ile wynosi w punkcie, gdy kometa jest najbliżej słońca? (Odp. 52km/s)

Układamy proporcję:

$$1/40 = 1.3/x$$

$$x = 1.3 \cdot 40 = 52 \text{ km/s}$$

Zad. 15

Pozioma tarcza o momencie bezwładności 20 kgm^2 i promieniu 1 m może obracać się względem pionowej osi przechodzącej przez jej środek. Na brzegu tarczy stoi człowiek o masie 90 kg . Ile wynosi prędkość kątowa tarczy, gdy człowiek zacznie się poruszać wzdłuż jej brzegu z prędkością 2.2 m/s względem ziemi? (Odp. 9,9)

Korzystamy z zasady zachowania momentu pędu. Początkowy pęd układu wynosi 0:

$$0 = I \cdot \omega - r \cdot p$$

$$L = I \cdot \omega = r \cdot p$$

$$0 = I \cdot \omega - r \cdot m \cdot v$$

$$0 = 20 \cdot \omega - 1 \cdot 90 \cdot 2.2$$

$$90 \cdot 2.2 = 20 \cdot \omega$$

$$\omega = 9.9 \text{ rad/s}$$

Uwaga: moment pędu człowieka zapisałem w równaniu z minusem, ponieważ ma on przeciwny zwrot do momentu pędu tarczy (kręci się w drugą stronę).

Zad. 16

Cienkościenna obręcz o masie 1 kg promieniu $0,5 \text{ m}$ toczy się bez poślizgu z prędkością 4 m/s . ile wynosi energia kinetyczna toczącej się obręczy? (Odp. 16,0J)

Obliczamy moment bezwładności obręczy (ten wzór wypada znać, bo wprost wynika z definicji):

$$I = m \cdot r^2 = 0.25$$

Obliczamy prędkość kątową:

$$\omega = v/r = 4/0.5 = 8$$

Szukana energia będzie sumą energii kinetycznej ruchu obrotowego i postępowego:

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = 0.5 \cdot 0.25 \cdot 64 = 8$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0.5 \cdot 4^2 = 8$$

$$E = 8 + 8 = 16 \text{ J}$$

Zad. 17

Koło zamachowe wirujące z prędkością 220obr/min zatrzymuje się w czasie 36s. przyjmując, że ruch jest jednostajnie zmienny oblicz ilość obrotów do momentu zatrzymania. (Odp. 66)

Obliczamy prędkość kątową koła:

$$\omega = (2\pi n)/T = (2\pi \cdot 220)/60 = 23\text{rad/s}$$

Obliczamy przyspieszenie kątowe koła:

$$\epsilon = \omega/t = 23/36 = 0.64\text{rad/s}^2$$

Ilość obrotów (n) można powiązać z drogą, jaką przebędzie punkt na obwodzie tego koła:

$$s = 2\pi r n$$

Wyznaczamy przyspieszenie liniowe tego punktu:

$$a = \epsilon r = 0.64 r$$

Podstawiamy do wzoru na drogę:

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$2\pi r n = \frac{1}{2} \cdot 0.64 r \cdot 36^2$$

$$2\pi n = \frac{1}{2} \cdot 0.64 \cdot 36^2$$

$$6.283 n = 414.72$$

$$n = 66$$

Zad. 18

Rakieta startuje z przyspieszeniem 4razy większym niż przyspieszenie ziemskie. Ile wynosi siła z jaką człowiek o masie 80kg działa na podłoże we wnętrzu rakiety? (Odp. 4000N)

$$a = 4g = 40\text{m/s}^2$$

Nacisk na podłoże będzie równy sumie siły bezwładności oraz siły ciężkości człowieka:

$$N = F + Q = m a + m g = 80 \cdot 40 + 80 \cdot 10 = 3200 + 800 = 4000\text{N}$$

Zad. 19

Poziomo ułożony pręt wiruje wokół prostopadłej do ziemi osi przechodzącej przez jego środek. Pręt jest jednorodny, a jego $m=3\text{kg}$. Na końcu pręta siedzi małpka o masie 2kg. Moment bezwładności ze wzoru $I_p = \frac{1}{12} m L^2$. Pręt ma długość 2m i wiruje z prędkością kątową 3,5rad/s. Ile wynosi prędkość kątowa pręta po przejściu małpki z końca pręta do jego środka? (Odp. 10,5)

I_p – moment bezwładności pręta,

m – masa pręta,

$$I_p = \frac{1}{12} m L^2 = \frac{1}{12} \cdot 12 = 1$$

I_m – moment bezwładności małpki,

M – masa małpki,

$$I_m = M r^2 = 2$$

Zasada zachowania momentu pędu. Obliczamy początkowy oraz końcowy moment pędu:

$$L_1 = (I_p + I_m) \omega_1 = 3 \cdot 3.5 = 10.5$$

$$L_2 = I_p \omega_2 = 2$$

$$L_1 = L_2$$

$$\omega_2 = 10.5\text{rad/s}$$

Uwaga: moment pędu małpki równy zero, ponieważ jej $r=0$!

Zad. 20

Dwie poziome tarcze wirują wokół wspólnej, pionowej osi przechodzącej przez ich środek. Momenty bezwładności tarcz wynoszą $I_1=1,4\text{kgm}^2$ oraz $I_2=1\text{kgm}^2$ a ich prędkości kątowe odpowiednio $w_1=2\text{rad/s}$ oraz $w_2=4\text{rad/s}$. po upadku tarczy górnej na dolną, obie tarcze (w wyniku działania sił tarcia) obracają się dalej jak jedno ciało. Oblicz prędkość kątową tarcz po złączeniu. (Odp. 2,8)

Zasada zachowania momentu pędu:

$$L_1 = I_1 \cdot w_1 + I_2 \cdot w_2 = 1.4 \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 6.8$$

$$L_2 = (I_1 + I_2) \cdot w = 2.4 \cdot w$$

$$L_1 = L_2$$

$$6.8 = 2.4 \cdot w$$

$$w = 2.83 \sim 2.8\text{rad/s}$$

Zad. 21

Koło o momencie bezwładności $2,8\text{kgm}^2$ obraca się z prędkością kątową 3rad/s . Jaka pracę wykonała siła rozpędzająca koło do prędkości 7rad/s . (Odp. 56,0J)

Wartość wykonanej pracy wyznaczymy poprzez obliczenie przyrostu energii kinetycznej:

$$W = E_2 - E_1$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot w_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.8 \cdot 3^2 = 12.6\text{J}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot I \cdot w_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.8 \cdot 7^2 = 68.6\text{J}$$

$$W = 68.6 - 12.6 = 56\text{J}$$

Zad. 22

Beton ma gęstość $1,9\text{g/cm}^3$ a jego naprężenie niszczące wynosi $4 \cdot 10^6\text{N/m}^2$. Wyznacz jaka może być maksymalna wysokość słupa o polu podstawy $0,5\text{m}^2$ żeby nie zawalił się pod własnym ciężarem. (Odp. 210,5m)

$$d = 1.9\text{g/cm}^3 = 0.0019\text{kg/cm}^3 = 1900\text{kg/m}^3$$

$$p = 4 \cdot 10^6 = F/S$$

Siła, która będzie działała na słup to siła ciężkości, wykorzystujemy gęstość:

$$F = m \cdot g = d \cdot V \cdot g = d \cdot S \cdot h \cdot g$$

$$m = d \cdot V \quad V = S \cdot h$$

$$p = d \cdot S \cdot h \cdot g / S = d \cdot h \cdot g$$

$$4 \cdot 10^6 = d \cdot h \cdot g$$

$$4 \cdot 10^5 = d \cdot h$$

$$4 \cdot 10^5 = 1900 \cdot h$$

$$h = 210.5\text{m}$$

Zad. 23

Ile wynosi moment bezwładności punktowego ciała o masie 4kg poruszającego się z prędkością kątową 3rad/s po okręgu o promieniu $3,5\text{m}$? (Odp. 49Kgm^2)

$$I = m \cdot r^2 = 4 \cdot 3.5^2 = 49$$

Zad. 24

Ciało leży na powierzchni ziemi. Oblicz ile wynosi masa ciała o ciężarze 78N. Pomiń siły wyporu powietrza. (Odp. 7,8kg)

$$Q = m \cdot g$$

$$78 = m \cdot 10$$

$$m = 7.8\text{kg (trudne)}$$

Zad. 25

Bęben pralki automatycznej o średnicy 0,5m osiąga maksymalna prędkość kątową 850obr/min po 30s. od rozpoczęcia obrotów. Ile wynosi w tym momencie przyspieszenie dośrodkowe punktów znajdujących się na powierzchni bębna? (Odp. 1981m/s²)

$$2r = 0.5\text{m} \rightarrow r = 0.25\text{m}$$

$$w = (2 \cdot \pi \cdot n) / T = (2 \cdot \pi \cdot 850) / 60 = 89.009$$

$$a = w^2 \cdot r = 1980.65 \sim 1981\text{m/s}^2$$

Zad. 26

Bęben pralki automatycznej o średnicy 0.5m osiąga maksymalna prędkość kątową 1180obr/ min w czasie 30s. Ile wynosi okres obrotu bębna po 30s. (Odp. 0,051s)

$$w = (2 \cdot \pi \cdot n) / T = (2 \cdot 3.1415 \cdot 1180) / 60 = 123.57$$

$$T = (2 \cdot \pi) / w = 0.0508 \sim 0.051\text{s}$$

Lub inaczej. Skoro pralka ma prędkość 1180 obrotów na minutę, a nas interesuje czas jednego obrotu, to można ułożyć proporcję:

$$1180 - 60$$

$$1 - T$$

$$T = 60/1180$$

Zad. 27

Jednorodny walec o masie 120kg i promieniu 0,2m obraca się jednostajnie dookoła swej osi symetrii z prędkością kątową 3rad/s. Moment bezwładności walca względem osi symetrii można wyliczyć ze wzoru $I_w = \frac{1}{2}mR^2$, m-masa walca, R – promień. Ile wynosi energia kinetyczna obracającego się walca? (Odp. 10,8J)

$$I = \frac{1}{2}m \cdot R^2 = 0.5 \cdot 120 \cdot 0.04 = 2.4$$

$$E = \frac{1}{2}I \cdot w^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.4 \cdot 9 = 10.8\text{J}$$

Zad. 29

Bryła sztywna wiruje wokół stałej osi ze stałą prędkością kątową. Względem tej osi moment pędu wynosi $14 \text{ kgm}^2/\text{s}$ a moment bezwładności $0,36 \text{ kgm}^2$. Ile wynosi okres obrotu tego ruchu? (Odp. $0,162 \text{ s}$)

$$L = I \cdot \omega$$

$$14 = 0,36 \cdot \omega$$

$$\omega = 38,89$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 1/T \rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot 1/\omega$$

$$T = 6,283 \cdot 1/38,89 = 0,161558 \sim 0,162 \text{ s}$$

Zad. 30

Koło zamachowe wykonuje początkowo 6 obrotów na sekundę. Po przyłożeniu stałego momentu hamującego to zatrzymuje się po 7s. Ile wynosi wartość bezwzględna opóźnienia kąтового w tym ruchu? (Odp. $5,4$)

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 12 \cdot \pi = 37,698$$

$$\epsilon = \omega/t = 37,698/7 = 5,385 \sim 5,4 \text{ rad/s}^2$$

Zad. 31

Jednorodny walec o masie 90 kg i promieniu $0,2 \text{ m}$ obraca się jednostajnie dookoła swej osi symetrii z prędkością kątową $3,8 \text{ rad/s}$. Moment bezwładności walca względem osi symetrii można wyliczyć ze wzoru $I_w = \frac{1}{2} m R^2$, m - masa walca, R - promień. Jaką wartość ma moment stałej siły zatrzymującej walec w czasie 5 s ? (Odp. $1,37 \text{ Nm}$)

$$M = I \cdot \epsilon$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 = 45 \cdot 0,04 = 1,8$$

$$\epsilon = \omega/t = 3,8/5 = 0,76$$

$$M = 1,8 \cdot 0,76 = 1,368 \sim 1,37 \text{ Nm}$$

Zad. 32

Przyłożenie siły o wartości 10 kN spowodowało wydłużenie pręta o $4,5 \text{ cm}$. Ile wynosi całkowite wydłużenie pręta jeżeli zwiększymy siłę o kolejne 5 kN ? (Odp. $6,8 \text{ cm}$)

$$F_1 = 10 \text{ kN} \quad \Delta L_1 = 4,5 \text{ cm}$$

$$F_2 = 15 \text{ kN} \quad \Delta L_2 = ?$$

Układamy proporcję:

$$10/4,5 = 15/\Delta L_2$$

$$\Delta L_2 = 67,5/10 = 6,75 \sim 6,8$$

Zad. 33

Metalowy pręt o przekroju kwadratu o boku 2,6cm rozciągany jest siłą 35kN. Wyznacz naprężenie pręta. (Odp. 5,2kN/cm²)

$$P = F/S$$

$$S = 2.6^2 = 6.76\text{cm}^2$$

$$P = 35/6.76 = 5.17 \sim 5.2\text{kN/cm}^2$$

Zad. 34

Rower o kołach o średnicy 50cm jedzie z prędkością 10m/s. Ile obrotów na sekundę wykonują koła tego roweru? (Odp. 6,4)

$$r = 0.25\text{m}$$

$$\omega = v/r = 10/0.25 = 40\text{rad/s}$$

$$\omega = (2\pi n)/T$$

$$40 = 2\pi n$$

$$40 = 6.283n$$

$$n = 6.366 \sim 6.4\text{obr/s}$$

Zad. 35

Pionowy słup o wysokości 10m i masie 120kg po podpiłowaniu przy podstawie pada na ziemię. Wiedząc, że moment bezwładności słupa o masie m i długości L względem osi przechodzącej przez jego koniec jest równy $mL^2/3$, oblicz liniową prędkość górnego końca słupa w chwili uderzenia o ziemię. (Odp. 17,3m/s)

Obliczamy, jaką energią potencjalną ma słup: liczymy ją dla jego środka masy, czyli $h = \frac{1}{2}L$:

$$E = mgh = 120 \cdot 10 \cdot 5 = 6000\text{J}$$

W chwili uderzenia o ziemię, cała energia słupa będzie energią kinetyczną ruchu obrotowego. Obliczamy moment bezwładności:

$$I = (mL^2)/3 = 120 \cdot 100 \cdot 1/3 = 12000 \cdot 1/3 = 4000\text{kgm}^2$$

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$6000 = \frac{1}{2} \cdot 4000 \cdot \omega^2$$

$$6000 = 2000 \cdot \omega^2$$

$$\omega = 1.73$$

Obliczamy prędkość liniową ($r = L$):

$$v = \omega \cdot r = 1.73 \cdot 10 = 17.3\text{m/s}$$

Zad. 36

Cząstka o masie 0,9kg porusza się po okręgu o promieniu 2,8m z prędkością kątową 2rad/s. Do jakiej prędkości kątowej przyspieszyła ją siła, która wykonała nad tą cząstką pracę 24J? (Odp. 3,3rad/s)

Obliczamy energię początkową cząstki:

$$E_1 = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,9 \cdot 2,8^2 \cdot 4 = 14,112 \text{ J}$$

$$I = m \cdot r^2$$

Nad cząstką wykonano pracę 24J, a więc jej energia zwiększy się o tą wartość:

$$E_2 = 14,112 + 24 = 38,112 \text{ J}$$

Podstawiamy do równania na energię i wyznaczamy prędkość kątową:

$$E_2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$38,112 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \omega^2$$

$$38,112 = 0,5 \cdot 0,9 \cdot 2,8^2 \cdot \omega^2$$

$$38,112 = 3,528 \cdot \omega^2$$

$$\omega = 3,2867 \sim 3,3 \text{ rad/s}$$

Zad. 37

Poziomy stół obraca się z prędkością kątową $3,6 \text{ s}^{-1}$. Na środku stołu stoi człowiek i trzyma w wyciągniętych rękach w odległości 0,8m od osi obrotu dwa ciężarki o masie 1,8kg każdy. Moment bezwładności stołu wraz z człowiekiem (bez ciężarków) wynosi 4 kgm^2 . Ile wynosi prędkość kątowa obrotów stołu gdy człowiek opuści ręce? Przyjmij, że wówczas ciężarki znajdują się na osi obrotu. (Odp. 5,7)

Zasada zachowania momentu pędu. Zapisujemy początkowy moment pędu układu:

$$L_1 = (I_{\text{stołu z człowiekiem}} + I_{\text{ciężarków}}) \cdot \omega$$

$$L_1 = (4 + 2 \cdot m \cdot r^2) \cdot 3,6$$

$$L_1 = (4 + 2 \cdot 1,8 \cdot 0,8^2) \cdot 3,6 = 22,6944$$

Gdy człowiek opuści ręce, ciężarki znajdują się na osi obrotu, czyli ich $r = 0$, więc ich moment pędu również jest równy zero:

$$L_2 = I_{\text{stołu z człowiekiem}} \cdot \omega^2 = 22,6944$$

$$4 \cdot \omega^2 = 22,6944$$

$$\omega = 5,6736 \sim 5,7 \text{ rad/s}$$

Zad. 38

Podczas obicia się skoczek od trampoliny prędkość kątowa jego obrotu wokół jego środka masy wzrasta od 0 do $3,6 \text{ rad/s}$ w czasie 0,2s. Moment bezwładności względem jego środka masy wynosi 9 kgm^2 . Ile wynosi wartość średniego momentu siły, działającego na skoczka ze strony trampoliny? (Odp. 162Nm)

$M = I \cdot e$ ← brakuje nam przyspieszenia kątowego, moment bezwładności jest dany w zadaniu

$$\Delta \omega = 3,6$$

$$e = \Delta \omega / t = 3,6 / 0,2 = 18$$

$$M = 9 \cdot 18 = 162 \text{ Nm}$$

Zad. 39

Moment siły o wartości 36Nm nadaje kołu o średnicy 80cm obracającemu się dookoła osi przechodzącej przez jego środek przyspieszenie kątowe $4,4\text{rad/s}^2$. Ile wynosi moment bezwładności koła? (Odp. $8,2\text{kgm}^2$)

$$M = I \cdot \epsilon$$

$$36 = I \cdot 4,4$$

$$I = 8,18 \sim 8,2\text{kgm}^2$$

Zad. 40

Koło zamachowe o promieniu 0,5m i momencie bezwładności 280kgm^2 wiruje z prędkością kątową 24s^{-1} . ile wynosi wartość bezwzględna pracy jaką należy wykonać, aby zatrzymać koło zamachowe w czasie 10s? (Odp. 81kJ)

Wartość tej pracy będzie równa całkowitej energii koła:

$$E = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = 0,5 \cdot 280 \cdot 24^2 = 80640 \sim 81\text{kJ}$$

PARĘ SŁÓW NA KONIEC

Powyższe zadania pochodzą z testu przygotowującego do czwartego kolokwium (etestu) z Fizyki 1 dla SKP. Nie jestem autorem zadań, ani ilustracji do ich treści. Moje rozwiązania nie przeszły żadnej korekty błędów (poza sprawdzeniem zgodności z poprawnymi odpowiedziami), mają służyć celom edukacyjnym ;-). Większość wyników została zaokrąglona, zgodnie z wymaganiami etestu. W przypadku jakichkolwiek uwag/pytań/sugestii pisz śmiało na:

maciejkujawa@student.pwr.wroc.pl